සියලු ම හිමිකම් ඇවිරිණි]
(முழுப் பதிப்புரிமையுடையது]
All Rights Reserved]

ශ්‍රී ලංකා විභාග දෙපාර්තමේන්තුව / இலங்கைப் பரீட்சைத் திணைக்களம்/ Department of Examinations, Sri Lanka

අධ්‍යයන පොදු සහතික පත්‍ර (උසස් පෙළ) විභාගය, 2000 අගෝස්තු
கல்விப் பொதுத் தராதரப்பத்திர(உயர் தர)ப் பரீட்சை, 2000 ஓகஸ்ற்
General Certificate of Education (Adv. Level) Examination, August 2000

සංයුක්ත ගණිතය II
இணைந்த கணிதம் II
Combined Mathematics II

10	
S	II

පැ තුනයි / மூன்று மணித்தியாலம் / *Three hours*

ප්‍රශ්න **හයකට** පමණක් පිළිතුරු සපයන්න.

---

1. (අ) දිග මීටර 100 ක් වූ දුම්රියක් A නැවතුම් පොළකින් නිශ්චලතාවයේ සිට ගමන් අරඹා, නියත ත්වරණයකින් චලනය වෙයි. පසුව, දුම්රිය, B සංඥ කණුවක් පසු කිරීමට තත්පර 10 ක් ගනී. දුම්රියේ පිටිපස, B පසුකරන විට දුම්රිය චලනය වන්නේ $11\ \mathrm{m\,s^{-1}}$ ප්‍රවේගයකිනි. දුම්රියේ චලිතය සඳහා ප්‍රවේග-කාල ප්‍රස්තාරයක් අඳින්න.

මෙම ප්‍රස්තාරය භාවිතයෙන්, හෝ අන්ක්‍රමයකින්,

(i) දුම්රියේ ඉදිරිපස B සංඥ කණුව පසුකර ගියේ කුමන ප්‍රවේගයකින්, කුමන කාලයේ දී දැයි සොයන්න.

(ii) දුම්රියේ ත්වරණය සොයා, එහි පිටිපස B හි ඇතිවිට දුම්රිය ගමන් කළ මුළු දුර මීටර 302·5 බව පෙන්වන්න.

(ආ) පළල d වූ සෘජු ගඟක ජලය ඒකාකාර u ප්‍රවේගයෙන් ගලා යයි. ජලයට සාපේක්ෂ ව v වේගයකින් පිහිනීමට හැකි මිනිසෙක් ගං ඉවුරට ලම්බ ව ගඟ හරහා චලනය වන පරිදි පිහිනයි. ගඟ තරණය කිරීමට මිනිසා ගන්නා T කාලය සොයන්න. එම මිනිසාට d දුරක් ඉවුරට සමාන්තරව උඩු ගං බලා පිහිනා ආපසු ආරම්භක ස්ථානයට පිහිනීමට ගතවන කාලය $\dfrac{2vT}{\sqrt{v^2-u^2}}$ බව පෙන්වන්න. u ට වඩා v විශාල විය යුත්තේ ඇයි?

2. (අ) ස්කන්ධය M සහ කෝණය α වූ සුමට කුඤ්ඤයක්, තිරසට ආනතිය α වූ අචල සුමට තලයක් මත තබා ඇත්තේ කුඤ්ඤයෙහි උඩත් මුහුණත තිරස් වන පරිදි ය ; මෙම තිරස් මුහුණත මත ස්කන්ධය m වූ අංශුවක් තබා, පද්ධතිය නිශ්චලතාවයේ සිට මුදා හරිනු ලැබේ. අංශුවේ සහ කුඤ්ඤයේ ත්වරණ නිර්ණය කිරීම සඳහා චලිත සමීකරණ ලියා දක්වන්න. අංශුවේ ත්වරණයෙහි විශාලත්වය

$$\frac{(M+m)g\sin^2\alpha}{M+m\sin^2\alpha}$$ බව සාධනය කරන්න. එහි දිශාව කුමක් ද?

(ආ) 500 kW නියත ජවයකින් ක්‍රියා කරන එන්ජිමක්, (දුම්රිය මාර්ගය දිගේ මැන්න) 196 ට 1 වූ ආනතියක ඉහළට දුම්රියක් ඇදගෙන යයි. එන්ජිම සමග දුම්රියේ මුළු ස්කන්ධය $2\cdot5 \times 10^5$ kg වෙයි. එහි වේගය $24\ \mathrm{km\,h^{-1}}$ වන විට ත්වරණය $0\cdot2\ \mathrm{m\,s^{-2}}$ වෙයි. දුම්රියේ චලිතයට එරෙහි නියත ප්‍රතිරෝධය, නිව්ටන වලින් සොයන්න.

[ගුරුත්වජ ත්වරණය, $g = 9\cdot8\ \mathrm{m\,s^{-2}}$ ලෙස ගන්න.]

[අනෙක් පිට බලන්න.

3. කේන්ද්‍රය O සහ අභ්‍යන්තර අරය a වූ අචල කුහර ගෝලයක සුමට අන්තඃ පෘෂ්ඨය මත චලනය වීමට නිදහස ඇති P අංශුවක්, එම පෘෂ්ඨයේ පහත් ම A ලක්ෂ්‍යයේ තබා ඇත. ඊළඟට අංශුව ආරම්භක $\sqrt{nga}$ වේගයෙන් තිරස් ව ප්‍රක්ෂේප කරනු ලැබේ. මෙහි $n > 0$ වේ. අංශුව පෘෂ්ඨය සමග ස්පර්ශ ව තිබෙන අතරතුරේ දී, OP හැරෙන කෝණය θ වන විට, පෘෂ්ඨයෙන් අංශුව මත ප්‍රතික්‍රියාව සොයන්න.

$2 < n < 5$ වෙයි නම් $\sqrt{\dfrac{(n-2)ga}{3}}$ වේගයක් සහිත ව P අංශුව පෘෂ්ඨයෙන් ඉවත්වන බව පෙන්වන්න.

පෘෂ්ඨයෙන් P ඉවත්වන්නේ O හි මට්ටමෙන් $\dfrac{a}{2}$ උසක තිබිය දී නම්,

(i) $n = \dfrac{7}{2}$ බවත්,

(ii) ගුරුත්වය යටතේ පසුව සිදුවන නිදහස් චලිතයේ දී P හි පෙත A හරහා යන බවත්

පෙන්වන්න.

4. (අ) ස්කන්ධය m වූ කුඩා සුමට A ගෝලයක්, සුමට තිරස් මේසයක් මත u ප්‍රවේගයෙන් චලනය වෙමින්, මේසය මත නිශ්චලව ඇති සමාන තරමේ, ස්කන්ධය $2m$ වූ තවත් කුඩා සුමට B ගෝලයක් සමග සරල ලෙස ඝට්ටනය වෙයි. ප්‍රත්‍යාගති සංගුණකය e ය.

(i) B ගෝලය ලබාගන්නා ප්‍රවේගය $(1+e)\dfrac{u}{3}$ බව පෙන්වා, ගෝල අතර ආවේගය, J, සොයන්න.

(ii) ගැටුම නිසා සිදුවන චාලක ශක්ති හානිය $E = \dfrac{J}{2}(1-e)u$ ආකාරයෙන් ප්‍රකාශ කරන්න.

(iii) ගැටුම නිසා A හි චලිත දිශාව ප්‍රතිවර්ත වූයේ නම් $e > \dfrac{1}{2}$ බව සහ $E < \dfrac{1}{4}mu^2$ බව පෙන්වන්න.

(ආ) ස්කන්ධය m වූ කොටයක් තිරස් වේදිකාවක් මත සාපේක්ෂ නිශ්චලතාවයේ තිබෙන අතර, වේදිකාව විස්තාරය a සහ කාලාවර්තය T වන සිරස් සරල අනුවර්ති දෝලන සිදුකරයි. වේදිකාවේ, මධ්‍යන්‍ය පිහිටීමේ සිට සිරස් ව ඉහළට මැන්න විස්ථාපනය x වන විට, වේදිකාවෙන් කොටය කෙරෙහි ප්‍රතික්‍රියාව $m\left(g - \dfrac{4\pi^2 x}{T^2}\right)$ බව පෙන්වන්න.

$T = 1$ s නම්, කොටය වේදිකාවෙන් ඉවත් නොවන පරිදි තිබිය හැකි විශාලතම විස්තාරය, මීටර වලින් අපෝහනය කරන්න.

[$\pi^2 \simeq 9{\cdot}8$ බව ද, ගුරුත්වජ ත්වරණය, m s^{-2} වලින් එම අගයම ගන්නා බව ද උපකල්පනය කරන්න.]

5. ඒකතල බල පද්ධතියක්, (නිව්ටන් වලින් මනින ලද) බල තුනකින් සමන්විත වන අතර, ඒවා ක්‍රියා කරනුයේ පහත දක්වෙන ලෙස නියමිත ලක්ෂ්‍යවල දී ය.

ලක්ෂ්‍යය	පිහිටුම් දෛශිකය	බලය
A	$2\mathbf{i} + 5\mathbf{j}$	$P(\mathbf{i} + 3\mathbf{j})$
B	$4\mathbf{j}$	$-P(2\mathbf{i} + \mathbf{j})$
C	$-\mathbf{i} + \mathbf{j}$	$P(\mathbf{i} - 2\mathbf{j})$

මෙහි $\mathbf{i}, \mathbf{j}$ මගින් පිළිවෙළින් Ox, Oy සෘජුකෝණාස්‍ර කාටීසීය අක්ෂ දිගේ ඒකක දෛශික දක්වන අතර, දිග මනින ඒකකය මීටරය වේ.

අදාල යෙදුම් ලක්ෂ්‍යවල ඛණ්ඩාංක දක්වමින්, මෙම බල, **සංරචක ආකාරයෙන්** නිරූපය සටහනක සලකුණු කරන්න.

ඒ නයින්, හෝ අන්ක්‍රමයකින්, පද්ධතිය $10P$ N m ඝූර්ණය සහිත යුග්මයකට තුල්‍ය බව පෙන්වා, මෙම යුග්මයේ අභිදිශාව දක්වන්න.

D යනු $2\mathbf{i}$ පිහිටුම් දෛශිකය සහිත ලක්ෂ්‍යය වෙයි. OAD ත්‍රිකෝණයේ පාද දිගේ පිළිවෙළින් යෙදූ, ඒවායේ දිගට සමානුපාතික අතිරේක බල තුනකින්, දෙන ලද පද්ධතිය සමතුලිතතාවයට ගෙන ආ හැකි ය. මෙම බල දෛශික ආකාරයෙන් සොයන්න.

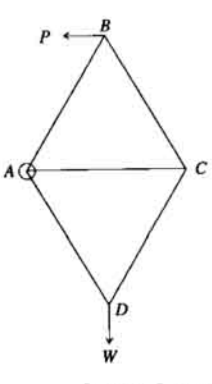
6. (අ) බර W සහ දිග $2a$ වූ ඒකාකාර AB දණ්ඩක්, A කෙළවර රළු සිරස් බිත්තියකට ස්පර්ශ ව සමතුලිතතාවේ තබා ඇත; එය ආධාර කරනු ලැබ ඇත්තේ B අනික් කෙළවර, A ට සිරස් ව ඉහළින් බිත්තියේ පිහිටි C ලක්ෂ්‍යයකට සම්බන්ධ කෙරෙන, සමාන $2a$ දිගින් යුත් සැහැල්ලු අවිතන්‍ය තන්තුවක් මගිනි. දණ්ඩ, උඩු සිරසට θ කෝණයකින් ආනත වන අතර, එය බිත්තියට ලම්බ සිරස් තලයක පිහිටයි.

තන්තුවේ ආතතිය සොයා $\theta \geq \cot^{-1}\left(\frac{\mu}{3}\right)$ බව පෙන්වන්න; මෙහි μ යනු ඝර්ෂණ සංගුණකය යි.

(ආ) තල ආධාරකයේ අරය a වූ, ඒකාකාර ඝන අර්ධ ගෝලයක ගුරුත්ව කේන්ද්‍රය, එම ආධාරකයේ සිට $\frac{3a}{8}$ දුරින් පිහිටන බව; අනුකලනය මගින්, පෙන්වන්න.

ඒකාකාර ඝන වස්තුවක් සාද ඇත්තේ, අරයත් a වූ සම්පාත තල ආධාරක එකට පෑස්සූ ඝන අර්ධ-ගෝලයකින් සහ අර්ධ-සිරස් කෝණය α වූ සෘජු වෘත්ත කේතුවකිනි. මෙම වස්තුව අර්ධ ගෝලීය පෘෂ්ඨයෙහි ඕනෑ ම ලක්ෂ්‍යයක් තිරස් මේසයක් මත ස්පර්ශ කරමින් සමතුලිතතාවේ තිබිය හැකි නම් α හි අගය සොයන්න.

7. පසෙකින් දක්වෙන රූප සටහනින් නිරූපණය වන්නේ සුමට ලෙස සන්ධි කරන ලද සමාන දිගින් යුතු සැහැල්ලු දඬු පහකින් සමන්විත රාමු සැකිල්ලකි. රාමු සැකිල්ල, අචල A ලක්ෂ්‍යයෙහි දී සුමට ලෙස අසවු කර ඇති අතර, D හි දී W භාරයක් දරයි; එය, AC තිරස් වන පරිදි සිරස් තලයක සමතුලිතතාවේ තබා ඇත්තේ, B හි දී යොදන ලද CA දිශාවට සමාන්තර P බලයකිනි.



P හි විශාලත්වයත්, A අසව්වේ ප්‍රතික්‍රියාවෙහි තිරස් සහ සිරස් සංරචකත් සොයන්න. මෙම ප්‍රතික්‍රියාවේ දිශාව අපෝහනය කරන්න.

බෝ අංකනය භාවිතයෙන්, රාමු සැකිල්ල සඳහා ප්‍රත්‍යා බල රූප සටහනක් අඳින්න. ඒ නයින්, ආතති සහ තෙරපුම් වෙන්කර දක්වමින්, දඬු පහේ ප්‍රත්‍යාබල W ඇසුරෙන් නිර්ණය කරන්න.

8. (අ) A සහ B යනු $P(A \cap B) = \frac{1}{4}$ සහ $P(A) = (A|B') = \frac{5}{12}$ වන පරිදි වූ සසම්භාවී සිද්ධි දෙකකි; මෙහි B' යනු B හි අනුපූරක සිද්ධියයි.

(i) $P(B|A)$,

(ii) $P(B)$,

(iii) $P(A|B)$ සහ

(iv) $P(A \cup B)$ යන මේවා

සොයන්න.

A සහ B සිද්ධි අන්‍යෝන්‍ය වශයෙන් බහිෂ්කාර වේ ද? ඒවා ස්වායත්ත වේ ද? එක් එක් අවස්ථාවේ දී ඔබේ පිළිතුර සනාථ කරන්න.

(ආ) "පිරිමි ළමයකුගේ ඉපදීම" සහ "ගැහැනු ළමයකුගේ ඉපදීම" සමසේ විය හැකි සහ ස්වායත්ත සිද්ධි ලෙස උපකල්පනය කෙරේ. ළමයින් දෙදෙනෙකු සිටිනා පවුලකින් එක් ළමයෙක් පිරිමි බව දී ඇත.

අනික් ළමයා

(i) පිරිමි ළමයකු ම වීමේ,

(ii) ගැහැනු ළමයකු වීමේ

සම්භාවිතාව සොයන්න.

9. පහත දක්වෙන වගුව, එක්තරා විදුලි බල්බ නිෂ්පාදනාගාරයක ප්‍රතිදන අතුරෙන් සසම්භාවී ලෙස ගත් බල්බ 200 කින් සමන්විත නියැදියක ආයුකාලවල සමූහිත සංඛ්‍යාත ව්‍යාප්තියකි :

ආයුකාලය (සති වලින්)	බල්බ ගණන
95 - 99	10
90 - 94	14
85 - 89	16
80 - 84	21
75 - 79	35
70 - 74	41
65 - 69	38
60 - 64	15
55 - 59	7
50 - 54	3

(අ) මෙම ආයුකාලවල

(i) මධ්‍යස්ථය,

(ii) පහළ චතුර්ථකය (Q_1),

(iii) උඩත් චතුර්ථකය (Q_3),

යන මේවා එක් දශම ස්ථානයකට නිමානය කරන්න.

(ආ) මෙම ව්‍යාප්තියෙහි

(i) මධ්‍යනය,

(ii) සම්මත අපගමනය,

(iii) කුටිකතා සංගුණකය,

යන මේවා එක් දශම ස්ථානයකට අගයන්න.

මෙම ව්‍යාප්තියේ හැඩය කුමක් ද?